

**Шәһәр күләмендә математика фәнненән татар телендә үткәрелә торган
олимпиаданың йомгаклау этабы җаваплары
2023-2024 нче уку елы
8 нче сыйныф**

**Эш вакыты – 180 минут
Гомуми балл – 25**

1. Төгәл 48 кисешү ноктасы килеп чыгарлык итеп 12 туры уздырыгыз.

Чишү. Дүртешәр параллель турыдан торган 3 төркем ясыйбыз. Группа эчендә кисешүләр юк. Ике группа арасында 4×4 кисешү. Парлы төркемнәр өчәү. Барлыгы: $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$ кисешү.

Критерийлар: (а) мисал ясалган (яисә тулы аңлатма китерелгән) һәм кисешүләр саны нәкъ 48 булуы нигезләнгән - тулы балл (5 балл). (б) мисал ясалган (яисә тулы аңлатма китерелгән), әмма кисешүләр саны нәкъ 48 булуы нигезләнмәгән - 4 балл.

2. 999 919 саны гади сан булып торамы? Нәкъ ике бүлүчесе булган натураль сан - гади сан дип атала. Беренчесе ул үзе, ә икенчесе берле саны.

Чишү: $999\,919 = 1\,000\,000 - 81 = 1000^2 - 9^2 = 991 \cdot 1009$. Димәк, бу кушма сан.

Критерийлар: (а) Бары җавап китерелгән — 0 балл. (б) Сан үзенә һәм берле санына тигез булмаган төзүчеләргә таркатылган (формула куллану мәжбүри тугел, төзүчеләргә, сайлап карау алымын кулланып, такатылган булырга мөмкин) — 5 балл.

3. ABC өчпочмагында СН биеклеге уздырылган. $AB = 2CH$, $\angle A = 30^\circ$ булуы билгеле. С почмагының зурлыгын табыгыз.

Чишү: ACH өчпочмагы — 30° почмагы булган өчпочмак. Димәк, $AC = 2CH = AB$. Шулай булгач, ABC — тигезьянлы өчпочмак һәм

$$\angle C = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ.$$

Критерийлар: (а) Бары тик җавап (ABC өчен өстәмә шартларны кулланып, аерым очрак өчен табылган җавап) — 1 балл. (б) $AC = 2CH$ булуы исбатланган, алга таба фикерләр китерелмәгән — 3 балл. (в) Нигезле рәвештә $\angle C$ зурлыгы табылган — 5 балл.

4. $4x^2 + 9 \geq 12x$ тигезсезлеген исбатлагыз.

Чишү: Барлык кушылучыларны тигезсезлекнең уң ягына жыйнап, тулы квадратны билгелибез: $(2x - 3)^2 \geq 0$. Бу дөрес тигезсезлек һәм моннан исбатланырга тиешле булган тигезсезлек килеп чыга.

Критерийлар: (а) Тигезсезлек теләсә нинди x өчен исбатланган — 5 балл. (б) Тигезсезлек бары тик уңай (тискәре) x өчен генә исбатланылган — 3 балл. (в) Исбатлауда алга таба фикер йөртүләр юк — 0 балл.

5. Студентлар төркеме фильмны бергәләп карау өчен кинозалны арендага алырга жыйнаган. Аренда 170 еуродан 195 еурога кадәр бәя торган, һәрберсе бертигез бәяне түләргә тиеш булган. Ике студент авырып китү сәбәпле килә алмаган. Шуңа күрә калганнарда 1 еурога артыграк түләргә туры килгән. Залны арендага алу бәясе күпме торган?

Чишү: Студентлар санын n дип, ә фараз ителгән кертемне q дип тамгалыйк. $n, q > 0$. Ул вакытта $nq = (n - 2)(q + 1)$ моннан $n = 2(q + 1)$. Шартка куйгач $170 \leq nq = 2q(q + 1) \leq 195$. $q = 9$ шартка туры килә, $q = 8$ — бик кечкенә кыйммәтне бирә, һәм кечерәк уңай кыйммәتلәр булганда тапкырчыгыш тагында кечкенәрәк була. Шулай ук $q = 10$ бик зур кыйммәтне бирә, һәм зур кыйммәتلәр булганда тапкырчыгыш тагында зуррак була. Димәк зал арендасы 180 евро булган.

Критерийлар: (а) Бары тик җавап — 1 балл. (б) $n = 2(q + 1)$ булуы табылган — 3 балл. (в) Тулы чишелеш — 5 балл.